КЫРГЫЗ РЕСПУБЛИКАСЫ

КЫРГЫЗПАТЕНТ

Автордук укук объектисине

КҮБӨЛҮК

№ 5716

Аталышы: *Пьер де Ферманын улуу теоремасынын далилдениши* (макала)

Автору (авторлору): *Акматов Сапарбай Арзимбаевич (KG)*

Укук ээси (ээлери): *Акматов Сапарбай Арзимбаевич (KG)*

KYRGYZPATENT

Алгачкы жарык көргөн датасы, орду: *20.11.2023-ж., KG*

Кыргыз Республикасынын автордук укук объектилеринин мамлекеттик реестринде катталган: *23.01.2024-ж.*

Директор *Р. Керимбаева*

Акматов Сапарбай Арзимбаевич

2023-жыл 20-ноябрь

Пьер де Ферманын улуу теоремасынын далилдениши.

Математика илиминде көптөгөн математиктердин кызыгуусун туудуруп келген теоремалардын бири П.Ферманын улуу теоремасы болуп саналат. Теореманын айтылышы өтө жөнөкөй, анда мындай дейт, $x^n+y^n=z^n$ теңдемесинин $n > 2$ болгон учурда оң бүтүн сандарда чечими жок. Айтылышы өтө жөнөкөй болгону менен далилдөөсү 1637-жылдан бери дүйнө математиктеринин тынчын алган проблемага айлангандыгы менен “Улуу теорема” деген атка конгон.

Анын теорема деп аталышы дагы өзүнчө бир кызыктуу окуяга байланышкан. Теореманын автору Пьер де Ферма өзү окуп жаткан Диофанттын “Арифметика” деп аталган китебинин бош калган жерине (полесине) “ мен мунун эң сонун далилдөөсүн таптым, бирок аны жазууга бул жерде (поледе) орун аз болгондуктан жаза албадым”, деген жазууну калтырган. Ошондуктан автор далилдеген болсо керек деген таризде ал теорема деп аталып калган, андай болбогондо теорема дебей гипотеза деп атаса туура болмок.

Мейли ал кандай деп аталышына карабай маселедеги маанилүү жагдай аны изилдеген окумуштуулар анын далилдөөсүн ушул күнгө чейин Ферманын мезгилинде белгилүү болгон математикалык түшүнүктөрдү колдонуп таба албагандыгы болуп саналат.

Бирок, англиялык матемактик Иэн Стюарттын “Величайшие математические задачи” деген эмгегинде 1994-жылы англиялык математик Эндрю Уайлс бул теореманы далилдегени жөнүндө жазып, ал далилдөөдө: мурда П.Ферманын мезгилинде белгисиз болгон математикалык түшүнүктөрдү колдонуп далилдегендиги жана анын далилдөөсү өтө көлөмдүү болуп, 100 беттен тургандыгын баса белгилеген.

Чындыгында эле П.Ферма жашаган мезгилде Э.Уайлстын далилдөөсүндөгү колдонулган “эллиптикалык функциялар”, “Таниямa-Симуранын гипотезасы” деген түшүнүктөр болгон эмес. П.Ферма өзү кесиби боюнча юрист болгон жана Франциянын Тулуз шаарынын парламентинде жогорку кызматтарда иштеген. Математика ал үчүн жумуштан бош мезгилде гана жактырып жана кызыгып иштеген иши болгон. Ошол себептүү болсо керек, ал өз табылгаларын жыйнак кылып бастырган эмес,бирок аны менен замандаш болгон өз мезгилинин атактуу математиктери Марен Мерсенн (1588-1648), Этен Паскаль, Жан де Багран (1584-1640) ж.б. менен кат аркылуу өтө тыгыз байланышып тургандыктан анын математикалык ачылыштары ошол адамдар аркылуу биздин заманга чейин келип жеткен.

Эгерде анын уулу Самюэль ошол атасы жазган жазуусу бар Диофанттын “ Арифметика китеби” жөнүндө басма сөзгө 1670-жылы жарыялабаганда балким ал теорема жөнүндө кийинки муун такыр эле билбей калышы мүмкүн эле. Анткени

1670-жылы П.Ферманын дүйнө салганына беш жыл болгон эле.

П.Ферманын замандаштарынан баштап, андан кийинки математиктердин ичинен бул темага кайрылбаганы аз эле болгон. Алар аздыр көптүр ийгиликтерге да жетишишкен. Атап айтканда теңдемедеги n көрсөткүчүнүн айрым маанилери үчүн теореманы далилдешкен.

Ошолордун айрымдарына токтоло кетейин: Швецариялык математик Леонард Эйлер (1707-1783) n=3 учур үчүн далилденген. Эгерде теорема n=3 учур үчүн далилденсе, 3санына эселүү болгон n санынын бардык маанилери үчүн да далилденген болуп эсептелет б.а. n=6,9,12,15...ж.б. сандар үчүн далилденди десе болот, себеби көрсөткүчү 3 санына эселүү болгон сандарды үчүнчү даража түрүндө көрсөтүүгө болот, мисалы: $4^6=16^3$.

П.Ферма өзү дагы ошол Диофанттын Арифметика китебинин башка бир бетине n=4 учур үчүн өзүнүн далилдөөсүн калтырган, демек П.Ферма теореманы n=4 учур үчүн далилдеген.

Ошондой эле Ферманын теоремасын далилдөөгө кызыккан математиктердин бири франциялык математик София Жермен (1776-1831) болгон. Ал дагы өз мезгилинде аны менен замандаш болгон атактуу математиктер Жозеф Луи Лагранж, Адриан Мари Лежандр, Карл Фридрих Гаусс менен кат алышып турган. Ал аял киши болгондуктан, мен жазган каттарга маани бербей койбосун деп, Леблен аттуу эркек кишинин атынан кат жазышкан. Ал азыр анын атын алып жүргөн P=2p+1 түрүндөгү жөнөкөй сандарды ачкан, анын жардамы менен 100гө чейинки бардык жөнөкөй сандар үчүн Ферманын теоремасын далилдөөгө жетишкен, мында P жана p жөнөкөй сандар, ал эми P Ферманын теоремасындагы x, y, z сандарынын көбөйтүндүсүнүн бөлүүчүсү болбоого тийиш деген кошумча шарт коюлган.

Адриан Мари Лежандр жана Густав Лежен Дирихле да теореманы далилдөөгө көп аракеттерди жасашкан.

Ошондой эле атактуу математик Карл Фридрих Гаусс да далилдөөгө аракет кылып, бирок иши оңунан чыкпагандан кийин бул теорема жөнүндө “ ага аракет кылуу убакытты бекерге жоготуу” деп айткан.

Кийинки он жылдыктарда теореманы далилдөөгө Габриэль Ламе (1795-1870), Огюстен Луи Коши (1789-1857) комплекстүү сандарды колдонуу менен далилдейбиз деген. Алардын далилдөөсүндө ката бар экендигин немец математиги Эрнест Куммер аныктагандан кийин алардын иши токтогон.

Деги эле теореманы далилдейм дегендерди санай берсек дагы көптөгөн математиктердин аттарын атоого болот. Айрыкча кийинки мезгилдерде жаңы пайда болгон математикалык түшүнүктөрдү жана компьютерлерди пайдаланып далилдөөгө аракет кылгандар да аз эмес.

Акырында Эндрю Уайлстын жети жыл көшөрүп отуруп жүргүзгөн изилдөөлөрү максатка жетүүгө мүмкүндүк берген. Ошол мезгилде ал изилдөөлөрү жөнүндө эч кимге айтпай сыр катары сактап иштеген. Ал чечүүгө бел байлаган Танияма-Симуранын гипотезасын чечсе эле, Ферманын теоремасы автоматтык түрдө чечилээрине бекем ишенген болучу. Анын талыкпаган иш аракети өз натыйжасын берип, 1994-жылы Ферманын теоремасын далилдегендигин жарыя кылган, ал эми 1995-жылы басма сөзгө жарыялаган.

Албетте, анын бул эмгеги 350 жылга созулган, окумуштуулардын тынчын алган бир чоң маселесин чечишине алып келди. Албетте бул ачылыш математикадагы чоң жеңиш десе болот, бирок далилдөөнү Ферманын мезгилинде белгисиз түшүнүктөрдүн пайдаланышы, далилдөөдө өтө көлөмдүү болушу бир топ суроолорду жаратпай койбойт. Атап айтканда Ферма Диофанттын Арифметика китебининин бош жерине (полесине) жазганына караганда Ферма тапкан далилдөөсү кыска эле болуусу керек эле, ал эми бул далилдөө 100 беттен турат.

Ферма өзү тапкан далилдөөсү кандай болду экен? Андыктан, изилдөөлөрдү улантууга дагы да себеп бар десек болот.

Ошол себептен мен дагы Ферманын улуу теоремасын далилдеп көрөйүн деп чечтим. Анткени мен дагы жаш кезимден эле аны далилдөөгө кызыгып жүргөн болчумун. Теореманы далилдөөгө такай отуруп иштебеген болсом да, ал жөнүндө материалдарга кызыгып, далилдесем деген кыялымды ишке ашырсам деп ойлоп жүрчүмун.

Жогорудагы, белгилегендей теорема $x^n+y^n=z^n$ теңдемеси

$n > 2$ болгон учурда оң бүтүн, б.а. натуралдык сандарда чечимге ээ эмес деп айтылат. Чындыгында эле $x^n+y^n=z^n$ (мында x, y, z, n $\in$ N) болуш үчүн $x<z$, $y<z$ болуусу жана

x барабар эмес у болуусу шарт, себеби x,у сандары z санынан чоң болсо алардын ар кандай натуралдуу даражалары z санынын натуралдуу ошол даражасынан чоң болуп калат. Ошондой эле $x=y$ болуп калса, $2x^n= z^n$ болот. Мындан $\frac{z^n}{x^n}=2$ болот да $\frac{z}{x} = \sqrt[n]{2}$ болот, башкача айтканда барабардыктын бир жагы рационалдык сан, экинчи жагы иррационалдык сан болуп калат, ошондуктан мындай болушу мүмкүн эмес.

Биз чечимди Z санынан кичине болгон x,у сандардан издөөбүз зарыл. Эң оболу Z санына жакын бирок андан кичине болгон сандарды сынап көрөлү.

Мейли $x=m$, $У=m+1$, $Z=m+2$ (мында m $\in$ N) болсун дейли $m=1$, $m+1=2$, $m+2=3$ болсо, $1^3+2^3=9$, $3^3=27$ башкача айтканда $1^3+2^3<3^3$ болот ошондой эле улантсак $2^3 + 3^3 < 4^3$, $3^3 + 4^3 < 5^3$, жана башка болот ошондой эле

$1^4 + 2^4 < 3^4$

$2^4 + 3^4 < 4^4$

$3^4 + 4^4 < 5^4$

. . . .   болот

Бул сыноону уланта берсек

$x<z$, $y<z$ болгон учурда $x^n+y^n<z^n$ (I) болуп жүрбөсүн деген ойго келебиз.

Аны далилдөө үчүн математикалык индукция методун колдонолу. Жогоруда көргөнүбүздөй $n=3,4$ болгон учур үчүн (I)- барабарсыздык туура экен.

Мейли $n=к$ учур үчүн да туура болсун. Башкача айтканда $m^к+ (m+1)^к-(m+2)^к < 0$ болсун дейли, $n=к+1$ учуру үчүн далилдейли. $m^{к+1}+(m+1)^{к+1}-(m+2)^{к+1}=m\cdot m^к+(m+1)(m+1)^к-(m+2)(m+2)^к=mm^к+m(m+1)^к+(m+1)^к-m(m+2)^к-$

$-2(m+2)^к=m[m^к+(m+1)^к-(m+2)^к]+[(m+1)^к-2(m+2)^к] < 0$ болот. Себеби биринчи квадраттык кашаадагы туюнтма да, экинчи квадраттык кашаанын ичиндеги туюнтма да, терс болгондуктан алардын суммасы да терс сан болот.

Демек, бул жерден катар жайгашкан 3 натуралдык сандардын эки кичинесинин n-даражаларынын суммасы чоң натуралдык сандын n-даражасынан кичине болот. (мында $n>2$) Муну теорема деп айтсак да болот анын далилдөөсүн жогоруда келтирдик.

Биз жогорудагы белгилегендей $z=m+2$ санына өтө жакын жана андан кичине болушкан $x=m$, $y=m+1$ сандарынын n-инчи даражаларынын суммасы z санынын n-чи даражасынан кичине болот экен башкача айтканда $x^n+y^n<z^n$ болот экен да. Анда бул

$n > 2$ болгон учурда натуралдык сандарда $x^n+y^n=z^n$ болбойт дегенди билдирет. Демек $x^n+y^n= z^n$ теңдемеси оң бүтүн чечимге ээ болбойт.

Ушуну менен дүйнө математиктеринин 386 жыл ичинде чечилбей келген маселеси чечилди б.а. Пьер де Ферманын улуу теоремасы далилденди. Бул далилдөөдө П.Ферма жашаган мезгилдеги эле математикалык түшүнүктөр пайдаланылганын өзүңөр көрүп турасыңар, экинчиден теореманын далилдөөсү да Эндрю Уайлстын далилдөөсүнө караганда алда канча кыска болду.

Колдонулган адабияттар.

1. ИЭН СТЮАРТ “Величайшие математические задачи” Москва 2019-жыл.

2. Наука. Величайшие теории. Выпуск 18. “Самые сложная задача в мире”. Ферма. Великая теорема Ферма.(еженедельник)3. ИЭН СТЮАРТ “ Невероятные число профессора Стюарта.” Москва 2022-жыл

Акматов Сапарбай Арзимбаевич

2023-жыл 20-ноябрь